



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

A menudo se presentará muchas expresiones en las que habrá necesidad de efectuar sustituciones, simplificaciones, emplear convenientemente las identidades trigonométricas será el objetivo de este capítulo.

Las identidades trigonométricas son igualdades que se verifican para cualquier valor admisible (permitido) de la variable angular.

Ejemplos:

$$* \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\operatorname{sen} 45^\circ}{\operatorname{cps} 45^\circ}$$

$$* \operatorname{sen} 30^\circ \operatorname{csc} 30^\circ = 1$$

$$* \operatorname{sen}^2 60^\circ + \operatorname{cos}^2 60^\circ = 1$$

$$* 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{4} = \operatorname{sec}^2 \frac{\pi}{4}$$

IDENTIDADES FUNDAMENTALES

I. Identidades Trigonométricas por Cociente:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x}$$

II. Identidades Trigonométricas Recíprocas:

$$\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{csc} x = 1$$

$$\operatorname{cos} x \cdot \operatorname{sec} x = 1$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

III. Identidades Trigonométricas Pitagóricas:

$$\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{sec}^2 x$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 x = \operatorname{csc}^2 x$$

PROBLEMAS

1. Expresar:

$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$, en términos de $\operatorname{sen} x$ y $\operatorname{cos} x$

Rpta.:

2. Expresar: $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{sen}^2 x + \frac{1}{\operatorname{sec}^2 x}$ en términos

de $\operatorname{cos} x$

Rpta.:

3. Reducir:

$$\frac{\operatorname{sen} \theta}{1 + \operatorname{cos} \theta} + (1 + \operatorname{cos} \theta) \operatorname{sec} \theta$$

Rpta.:

4. Simplificar:

$$J = \frac{4 \operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen} x}{3 \operatorname{cos} x - 4 \operatorname{cos}^3 x}$$

Rpta.:

5. Si: $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ es idéntica a $A \operatorname{cos}^n x - 1$.

El valor de $A + n$ será:



IV. Identidades Trigonómicas Auxiliares

$$\boxed{\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}$$

$$\boxed{\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} x + \operatorname{cot} x = \operatorname{sec} x \operatorname{csc} x}$$

6. Reducir:

$$4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^2 x - \cos^2 x)^2$$

Rpta.:

7. Si: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$

Hallar: $N = \frac{\cos x}{\sin^3 x} + \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

Rpta.:

8. Si: $\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{tg} \theta = \sqrt{7}$

Calcular: $\sec \theta \cdot \operatorname{csc} \theta$

Rpta.:

9. Determinar una relación entre m , y n independiente de θ .

$$\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = m$$

$$\operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta = n$$

Rpta.:

IDENTIDADES DE ARCOS COMPUESTOS

Para la suma de dos arcos:

$$\boxed{\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y}$$

$$\boxed{\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}}$$

Ejemplos:

$$\sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\cos(45^\circ + 37^\circ) = \cos 45^\circ \cos 37^\circ - \sin 45^\circ \sin 37^\circ$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ + 37^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg} 37^\circ}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 37^\circ}$$

Para la diferencia de dos arcos:

$$\boxed{\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y}$$

$$\boxed{\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}(x-y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}}$$

Ejemplos:

$$\sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\operatorname{tg}(45^\circ - 37^\circ) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 37^\circ}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg} 37^\circ}$$



PROBLEMAS

1. Reducir:

$$M = \frac{\text{sen}(x+y) + \text{sen}(x-y)}{\cos x \cos y}$$

Rpta.:

2. A qué es igual:

$$\frac{\text{sen } 10^\circ}{\text{sen } 55^\circ} + \frac{\cos 10^\circ}{\cos 35^\circ}$$

Rpta.:

3. Si: $A - B = 60^\circ$

Calcular:

$$J = (\cos A + \cos B)^2 + (\text{sen } A + \text{sen } B)^2$$

Rpta.:

4. Calcular:

$$\text{tg } 15^\circ + \text{ctg } 15^\circ$$

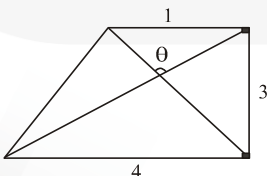
Rpta.:

5. Reducir:

$$\frac{\text{sen } x + \cos x}{\cos(45^\circ - x)}$$

Rpta.:

6. Del gráfico, calcular $\text{tg } \theta$



Rpta.:

7. Si: $\text{tg}(x+y) = 2$

$$\text{tg}(x-y) = 3$$

Calcular: $\text{tg } 2y$

Rpta.:

8. Demostrar:

$$\text{sen } 2x = 2 \text{sen } x \cos x$$

$$\text{sen } 3x = 3 \text{sen } x - 4 \text{sen}^3 x$$

Rpta.:

**IDENTIDADES PARA LA SUMA Y PRODUCTO
DE SENOS Y/O COSENOS**

Para la suma o diferencia de dos senos o cosenos a producto:

$$\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{sen} \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

$$\text{sen } A - \text{sen } B = 2 \text{sen} \left(\frac{A-B}{2} \right) \cos \left(\frac{A+B}{2} \right)$$

$$\cos A - \cos B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \cos \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

Ejemplos:

$$\text{sen } 32^\circ + \text{sen } 28^\circ = 2 \text{sen} \left(\frac{32^\circ + 28^\circ}{2} \right) \cos \left(\frac{32^\circ - 28^\circ}{2} \right)$$

$$= 2 \text{sen } 3^\circ \cos 2^\circ$$

$$= \cos 2^\circ$$



Para el producto de dos senos y/o cosenos a suma o diferencia:

$2 \operatorname{sen} A \operatorname{cos} B = \operatorname{sen}(A + B) + \operatorname{sen}(A - B)$ $2 \operatorname{cos} A \operatorname{cos} B = \operatorname{cos}(A + B) + \operatorname{cos}(A - B)$ $2 \operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = \operatorname{cos}(A - B) - \operatorname{cos}(A + B)$

Ejemplos:

* $2 \operatorname{sen} 41^\circ \operatorname{cos} 4^\circ = \operatorname{sen}(41^\circ + 4^\circ) + \operatorname{sen}(41^\circ - 4^\circ)$
 $= \operatorname{sen} 45^\circ + \operatorname{sen} 37^\circ$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5}$

* $2 \operatorname{cos} 3\theta \operatorname{cos} \theta = \operatorname{cos}(3\theta + \theta) + \operatorname{cos}(3\theta - \theta)$
 $= \operatorname{cos} 4\theta + \operatorname{cos} 2\theta$

* $\operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} = \operatorname{cos}\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{cos}\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$
 $= \operatorname{cos} \frac{\pi}{2} - \operatorname{cos} \pi$
 $= 0 - (-1)$
 $= 1$

PROBLEMAS

1. Reducir:

$$\frac{\operatorname{sen} 5\theta + \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} 5\theta + \operatorname{cos} \theta}$$

Rpta.:

2. Simplificar:

$$\frac{\operatorname{cos} 40^\circ + \operatorname{sen} 10^\circ}{\operatorname{cos} 100^\circ - \operatorname{sen} 50^\circ}$$

Rpta.:

3. Transformar a producto:

$$\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 4x + \operatorname{sen} 6x$$

Rpta.:

4. Expresar: $(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x)(\operatorname{cos} x + \operatorname{cos} 3x)$ como un monomio.

Rpta.:

5. Reducir:

$$V = \operatorname{sen} 3x \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 9x \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} 16x \operatorname{sen} 2x$$

Rpta.:

6. Calcular:

$$\frac{1 - 4 \operatorname{sen} 10^\circ \operatorname{sen} 70^\circ}{2 \operatorname{sen} 10^\circ}$$

Rpta.:

7. Reducir:

$$M = \operatorname{sen} 4x \operatorname{cos} 2x + \operatorname{sen} x \operatorname{cos} 7x - \operatorname{sen} 5x \operatorname{cos} 3x$$

Rpta.:

8. Factorizar:

$$\operatorname{sen}^2 3x - \operatorname{sen}^2 x$$

Rpta.:

9. Si: $a + b = 45^\circ$

$$a - b = 60^\circ$$

Calcular: $\operatorname{sen}^2 a - \operatorname{sen}^2 b$

Rpta.:



SEPARATAS EDUCATIVAS.COM

..... Recursos Educativos Virtuales

Más fichas para imprimir en: Separataseducativas.com

[Recursos Educativos](#) y [Artículos Educativos](#)

¡ATENCIÓN!

**Gracias por llegar hasta aquí, no te olvides compartir esta separata,
de esa manera contribuyes con este proyecto.**

Ver más: [Separatas](#)