NUMERACIÓN

NUMERACIÓN:

Es parte de la aritmética que se encarga del estudio de la correcta formación, lectura y escritura de los números.

NÚMERO:

Es un ente matemático que nos permite cuantificar los elementos de la naturaleza.

NUMERAL:

Es la representación escrita de un número mediante el uso de símbolos convencionales.

Ejemplo:

∷ ; IV; |||| ; ≣ ; cuatro; etc.

CIFRA (Dígito)

Son los símbolos convencionales que se utilizan en los numerales. Así tenemos:

0; 1; 2; 3; ....

SISTEMA POSICIONAL DE NUMERACIÓN

Es el conjunto de reglas para formar; leer y escribir correctamente un número.

1. Del orden: Toda cifra que forma parte de un numeral tiene un orden, el cual se considera de derecha a izquierda.

Ejemplo:

	4^{to}	3^{ro}	2^{do}	1^{er}	← Orden
	2	1	3	7	
Lugar →	1^{er}	2^{do}	3^{ro}	4^{to}	

2. De la Base. Todo sistema posicional tiene una base, que es un número entero y mayor que la unidad, el cual nos indica la cantidad de unidades necesarias de un orden cualquiera para formar una unidad de orden inmediato superior. Así si "n" es una base se debe cumplir:

$n \in Z^{+} - \{1\}$, o sea: $n \in \{2, 3, 4, ...\}$

Ejemplo:

Expresar 15 en base: 10; 7; 3 y 2

Conclusiones:

1. Toda cifra que forma parte de un numeral es un número entero no negativo y menor que la base

En general en el sistema de base "n" se pueden utilizar "n" cifras diferentes, las cuales son:

$$0,\ \underbrace{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ \overbrace{(n-1)}^{\text{Cifra máxima}}}_{\text{Cifras significativas}}$$

↓

Cifra no significativa

2. A mayor numeral aparente le corresponde menor base y a menor numeral aparente le corresponde mayor base.

Ejemplo:

$423_7 = 256_9$

Observamos:

$423 > 256$

y

$7 < 9$

Aplicaciones:

1. Cuántas cifras como mínimo tiene el número cuya cifra de cuarto orden es igual a la cifra de segundo lugar, si todas las cifras son diferentes entre sí.

Si: $131_a = 104_5$
Calcule "a"

PRINCIPALES SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Base	Nombre del Sistema	Cifras que se utilizan
2	Binario	0,1
3	Terciario	0,1,2
4	Cuaternario	0,1,2,3
5	Quinario	0,1,2,3,4
6	Senario	0,1,2,3,4,5
7	Heptanario	0,1,2,3,4,5,6
8	Octanario	0,1,2,3,4,5,6,7
9	Nonario	0,1,2,3,4,5,6,7,8
10	Decimal	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
11	Undecimal	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,(10)
12	Duodecimal	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,(11)

REPRESENTACIÓN LITERAL DE UN NUMERAL

Para representar literalmente un numeral se debe tener en cuenta:

- Toda expresión entre paréntesis representa una cifra
- La primera cifra de un numeral debe ser diferente de cero
- Letras diferentes no necesariamente hincan cifras diferentes

Ejemplos:

- Un número de 3 cifras en base 10
  $\overline{abc}: 100; 101; 102; \ldots\ldots 999$
- Un número de 4 cifras en base 7
  $\overline{abcd}_7: 1000_7; 1001_7; 1002_7; \ldots\ldots 6666_7$
- Un número de 5 cifras crecientes y consecutivas en base 9
  $\overline{abcde}_9: 12345_9;\ 23456_9;\ 34567_9;\ 45678_9$

NUMERAL CAPICÚA

Son aquellos numerales cuya representación es simétrica, es decir las cifras equidistantes son iguales:

Ejemplo:

- $\overline{aa}_n: 11; 33_5; 77_9; (10)(10)_{12}$
- $\overline{aba}_n: 211; 454_7; 828_9; (12)3(12)_{15}$
- $\overline{abba}_n: 5885; 3223_3; 6776_8; (13)77(13)_{17}$

Aplicaciones:

Si: $\overline{ab6}_n = \overline{da}_9 = \overline{dn}_m$
Calcule: m + n

Si el siguiente numeral es capicúa:
$\overline{c(b-6)\,b\,a(b-a)}_8$
Calcule: a + b + c

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA

Ejemplos:

- $753 = 7.10^2 + 5.10 + 3$
- $3245_7 = 3.7^3 + 2.7^2 + 4.7 + 5$
- $\overline{abcde}_n = a.n^4 + b.n^3 + c.n^2 + d.n + e$

En bloques:

- $421530_6 = 42_6 . 6^4 + 15_6 . 6^2 + 30_6$
- $9762458_{11} = 976_{11}.11^4 + 24_{11}.11^2 + 58_{11}$

Aplicaciones:

1. Calcule "b" si: $\overline{1b4} = 504_{(n)}$

2. Calcule el valor de "m" si sabemos que: $\overline{1n1n}_{(m)} = 182$

CAMBIOS DE BASE

1. De base diferente de 10 a base 10:
   Ejemplo: Expresar 214_7 en base 10.

$$214_7 = 2.7^2 + 1.7 + 4$$
$$= 109$$

2. De base 10 a base diferente de 10:
   Ejemplo: Expresar 109 en base 7

$$\begin{array}{r|l} 109 & 7 \\ \hline 4 \quad 15 & 7 \\ \hline \quad 1 & 2 \end{array}$$

$$\therefore \quad 107 = 214_7$$

PROPIEDADES

- Numeral de cifras máximas

$$9 = 10 - 1$$
$$99 = 10^2 - 1$$
$$999 = 10^3 - 1$$
$$44_5 = 5^2 - 1$$
$$7777_8 = 8^4 - 1$$
$$22222_3 = 3^5 - 1$$

En general:

$$\underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}}_{\text{"a" cifras}}{}_{n} = n^a - 1$$

- $12_8 = 8 + 2$

$$14_{12_8} = 14_{(8+2)} = 8+2+4$$
$$17_{14_{12_8}} = 17_{(8+2+4)} = 8+2+4+7$$

En general:

$$\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{\ddots_{\overline{1p}_n}}}} = a+b+c+\ldots+p+n$$

Aplicaciones:

3. Si: $\underbrace{44\ldots4}_{(a+c)\text{ cifras}}{}_5 + 1 = \overline{abcd}$

   Calcule: a + b + c + d

4. Calcule (n + m) si:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{1n}\\ \quad\overline{1n}\\ \quad\quad\ddots\\ \quad\quad\quad\overline{1n}_{(n+4)}\end{array}\right\}\text{"m veces"} = 31$$

DIVISIÓN ENTERA

Es la división cuyos términos son números enteros.

Los términos de la división se llaman dividendo, divisor, cociente y resto.

Luego:

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

Dividendo: D
Divisor: d (Z^+)
Cociente: q
Residuo: r

$$\boxed{D = d \times q + r}$$

Ejemplo:

Dividir 135 entre 18

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 135 & 18 \\ \cline{2-2} 126 & 7 \\ \cline{1-1} 9 & \end{array}$$

Además:

$$\underbrace{135 = 18(7) + 9}_{\text{Algoritmo de la división}}$$

CLASES DE DIVISIÓN:

A) DIVISIÓN EXACTA:

$$\begin{array}{l|l} 28 & 4 \\ \cline{2-2} 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} 0 & q \end{array}$$

28 = 4 x 7

$$\boxed{D = d \times q}$$

B) DIVISIÓN INEXACTA (Residuo ≠ 0)

DEFECTO

$$\begin{array}{l|l} 26 & 7 \\ \cline{2-2} 5 & 3 \end{array}$$

26 = 7 x 3 + 5

EXCESO

$$\begin{array}{l|l} 26 & 7 \\ \cline{2-2} 2 & 4 \end{array}$$

26 = 7 x 4 – 2

En donde: 5 + 2 = 7

En general:

DEFECTO

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

$$\boxed{D = dq + r}$$

EXCESO

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} re & q+1 \end{array}$$

$$\boxed{D = d(q+1) - re}$$

$$\boxed{r + re = d}$$

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN INEXACTA

1. 0 < Residuo < divisor

2. Residuo mínimo = 1
   Residuo máximo = divisor – 1

3. $\left(\begin{array}{c}\text{Residuo}\\\text{defecto}\end{array}\right)+\left(\begin{array}{c}\text{Residuo}\\\text{exceso}\end{array}\right)=\text{divisor}$

Ejemplos de Aplicación:

1. La suma de dos números es 611, su cociente 32 y el resto de su división es el más grande posible. Cuál es el menor.

   Rpta.: ....

2. Hallar un número que dividido por 43, da como resto por exceso el doble del cociente por defecto y como resto por defecto el triple del cociente por exceso.

   Rpta.: ....

3. Al dividir cierto número por 12 se obtiene 7 de residuo, ¿cuál sería el nuevo residuo si se divide el triple de dicho número por 12?

   Rpta.: ....

3. Si: $\overline{\left(\frac{n}{2}\right)n}_{(a)} = \overline{\left(\frac{n}{2}\right)\left(\frac{n}{2}\right)}_{6}$

Calcule:

$$\overline{1a}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{(n+2)}}}}}$$

Rpta.: ....

4. Si se sabe: $484_{(n)} = \overline{2x4}_{20}$

Calcule: n + x

Rpta.: ....

5. Calcule el menor número en base 7 que se triplica al invertir el orden de sus cifras.

Rpta.: ....

6. Si: $\overline{mn}_{(p)} = \overline{np}_{(m+3)}$ y se cumple que: $\overline{1m}_{\overline{1n}_{\overline{1p}}} = 14_6$.

Calcule m.n.p

Rpta.: ....

ACTIVIDADES

1. Calcule a + b + c,

si: $\overline{abc} + a + b = 988$

Rpta.: ....

2. Si se cumple: $\overline{abcd}_n = \overline{nbb}_6$ donde a; b; c y d son cifras significativas diferentes entre sí.

Calcule:

$$a + b + c + d + n$$

Rpta.: ....

7. Expresar el número

$P = 4.7^6 + 16.7^5 + 30.7^3 + 10.7^2 + 39$

en base 7. de cómo respuesta la suma de las cifras de 2do lugar y 2do orden.

Rpta.: ....

8. Si: $\overline{\left(\frac{d}{5}\right)(d+2)dd} = \overline{abcabc}_{(n)}$

Calcule: a.b.c.d

Rpta.: ....

9. Si se tiene que:

$\overline{p(p+q)(p-3)(q-1)}_6 = \overline{abc(2q+1)}_8$

Calcule: $a + b + c + p + q$

Rpta.: ....

10. En una división inexacta y el resto es mínimo, el divisor es igual al cociente y el dividendo es 785. halle el cociente.

Rpta.: ....

11. En una división entera, inexacta, el dividendo es $\overline{mpr}$, el divisor es $\overline{pr}$, el cociente es 14 y el resto mínimo.

Halle: (m.p.r)

Rpta.: ....

12. El resto por exceso de una división es el triple del resto por defecto, dar el divisor si el cociente es 15 y la suma del dividendo con el divisor es 520.

Rpta.: ....

13. En qué sistema de numeración "n" se cumple que el número 787, termina en 2.

Rpta.: ....

14. Cuántos números menores que 10^5 se pueden escribir usando las cifras 3 y 7.

Rpta.: ....

15. Expresar $\overline{ab}_{(12)}$ en base decimal, si se sabe que:

$\overline{1bb}_{(n)} = \overline{9b}_{(11)}$

Rpta.: ....

16. Si a un número se le añade la suma de sus cifras se obtiene 5330. Calcule la suma de cifras de dicho número.

Rpta.: ....

17. En qué sistema de numeración escribimos $\overline{r(2r)(4r)}$ con 3 cifras iguales.

Rpta.: ....

18. Calcule la mayor base en la cual se cumple que $\overline{ab}_8$ se escribe con las mismas cifras pero en orden inverso.

Rpta.: ....

19. Si en una división el residuo por exceso el residuo por defecto, el divisor y el cociente por defecto son números pares consecutivos. ¿Cuál es el valor del dividendo?

Rpta.: ....

20. Si cada asterisco representa una cifra distinta de cero.

Halle a + b + x + y

$$\begin{array}{l|l} \overline{aba} & 12 \\ \cline{2-2} \underline{*\,*} & \overline{xy} \\ \ \ 8\,* & \\ \ \ \underline{*\,*} & \\ \ \ *\,1 & \end{array}$$

Rpta.: ....