



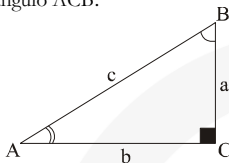
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Son cocientes resultados de relacionar los lados de un triángulo rectángulo (tomados de dos a dos) con respecto a uno de sus ángulos agudos.

Las razones trigonométricas son cantidades adimensionales, y no dependen de los lados, sino únicamente del ángulo.

Sea el triángulo rectángulo ACB:



Elementos: Del Triángulo rectángulo:

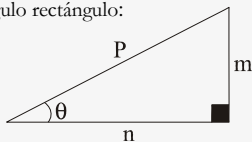
- Lados:** a y b : Catetos
c : Hipotenusa
- Ángulos:** C = 90°
∠A y ∠B: Ángulos agudos
- Vértices:** A, B y C

Se cumple:

$c^2 = a^2 + b^2$: Teorema de Pitágoras
 $m\angle A + m\angle B = 90^\circ$: Ángulos complementarios

Definición de la R.T.A.A.:

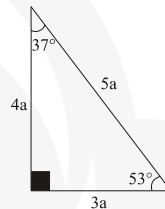
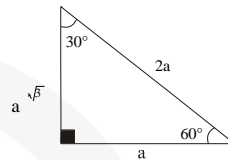
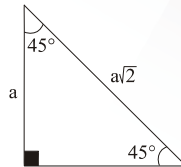
Sea el triángulo rectángulo:



Se observa que respecto al ángulo θ :

Nombre	Razones Trigonométricas
Seno	$\text{Sen}\theta = \text{cat. opuesto}/\text{hipotenusa} = m/p$
Coseno	$\text{Cos}\theta = \text{cat. adyacente}/\text{hipotenusa} = n/p$
Tangente	$\text{Tg}\theta = \text{cat. opuesto}/\text{cat. adyacente} = m/n$
Cotangente	$\text{Cot}\theta = \text{cat. adyacente}/\text{cat. opuesto} = n/m$
Secante	$\text{Sec}\theta = \text{hipotenusa}/\text{cat. adyacente} = p/n$
Cosecante	$\text{Csc}\theta = \text{Hipotenusa}/\text{cat. opuesto} = p/m$

Triángulos Notables:



Problemas:

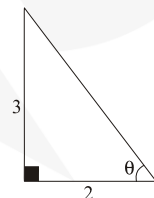
1. Llenar el siguiente cuadro

	30°	60°	45°	37°	53°
Seno	1/2				
Coseno					
Tangente				3/4	
Cotangente					
Secante					
Cosecante			$\sqrt{2}$		

2. De la figura calcular:

$$K = \sqrt{13}(\text{sen}\theta + \text{cos}\theta)$$

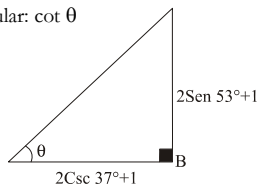
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5





3. De la figura, calcular: $\cot \theta$

- A) 1/3
- B) 2/3
- C) 4/3
- D) 5/3
- E) 1



4. Si α es un ángulo agudo y $\sec \alpha = 2,5$, calcular

$$M = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cota} \alpha$$

- A) 25
- B) $42\sqrt{21}$
- C) $\sqrt{21}$
- D) $(25/42) \cdot \sqrt{21}$
- E) $2\sqrt{21}$

5. Si: $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$

$$\text{Calcular: } E = 5 \operatorname{sen} \alpha + 4 \operatorname{sec} \alpha$$

Siendo " α " un ángulo agudo

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

6. Si θ es agudo y $\operatorname{tg} \theta = 5/3$

$$\text{Calcular: } M = \frac{\operatorname{sen} \theta + \operatorname{cos} \theta}{\operatorname{sen} \theta - \operatorname{cos} \theta}$$

- A) 1/2
- B) 2
- C) 4
- D) 1/4
- E) 3

7. En un triángulo ABC recto en B se cumple que:

$$\operatorname{sen} A \cdot \operatorname{sen} C = 1/8$$

$$\text{Calcular: } K = \operatorname{tg} A + \operatorname{tg} C$$

- A) 1/4
- B) 4
- C) 5
- D) 1/8
- E) 8

8. Dado un triángulo rectángulo ABC, recto en C.

Calcular el valor de:

$$M = (\operatorname{sen}^2 A \cdot \operatorname{sen}^2 B) (\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B)^2$$

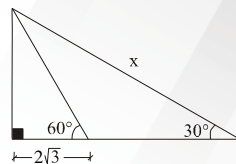
- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 1/3
- E) 1/2

9. Calcular el seno de un ángulo agudo, tal que el triple de su cosecante sea igual al cuádruple de su secante

- A) 0.5
- B) 0.6
- C) 5
- D) $\sqrt{2}/2$
- E) $\sqrt{3}/2$

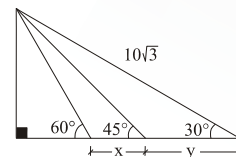
10. De la figura hallar "x"

- A) 6
- B) 8
- C) 10
- D) 12
- E) 18



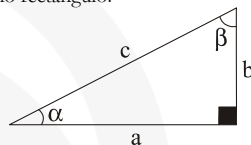
11. De la figura, hallar: $(y - x) (2 + \sqrt{3})$

- A) 5
- B) 6
- C) 10
- D) 12
- E) 15



RAZONES TRIGONÓMICAS COMPLEMENTARIAS

Sea el Triángulo rectángulo:



De la figura.

R. T. (α)	Co - R.T. (β)
$\operatorname{sen} \alpha = \frac{b}{c}$	$\operatorname{cos} \beta = \frac{b}{c}$
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$	$\operatorname{cot} \beta = \frac{b}{a}$
$\operatorname{sec} \alpha = \frac{c}{a}$	$\operatorname{csc} \beta = \frac{c}{a}$

Luego: $\boxed{\operatorname{R. T.}(\alpha) = \operatorname{Co-R.T.}(\beta) \Leftrightarrow \alpha + \beta = 90^\circ}$

"Si dos ángulos suman 90° entonces se cumple que las R.T. de uno de ellos es igual a las Co - R.T. del otro ángulo".

Ejemplo:

1. Hallar α para que se cumpla que:

$$\operatorname{sen}(30^\circ + \alpha) = \operatorname{cos}(\alpha - 40^\circ)$$

Solución:

Se observa que el seno de un ángulo es igual al coseno de otro ángulo.

$$\text{Luego: } (30^\circ + \alpha) + (\alpha - 40^\circ) = 90^\circ$$

$$\rightarrow 2\alpha = 100^\circ$$

$$\therefore \alpha = 50^\circ$$



2. Calcular x , si se cumple que:
 $\operatorname{tg}(x + y - 20^\circ) - \cot(2x - y + 50^\circ) = 0$

Solución:

De la expresión:

$$\operatorname{tg}(x + y - 20^\circ) = \cot(2x - y + 50^\circ)$$

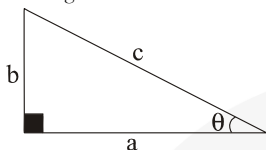
$$\rightarrow (x + y - 20^\circ) + (2x - y + 50^\circ) = 90^\circ$$

$$\rightarrow 3x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS

Sea el triángulo Rectángulo:



De la figura:

$\operatorname{sen}\theta = \frac{b}{c}$	$c \operatorname{sc}\theta = \frac{c}{b}$
$\operatorname{cos}\theta = \frac{a}{c}$	$\operatorname{sec}\theta = \frac{c}{a}$
$\operatorname{tg}\theta = \frac{b}{a}$	$\operatorname{cot}\theta = \frac{a}{b}$

Multiplicando de dos en dos:

$$\operatorname{sen}\theta \cdot c \operatorname{sc}\theta = \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{b} = 1$$

$$\operatorname{cos}\theta \cdot \operatorname{sec}\theta = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{a} = 1$$

$$\operatorname{tg}\theta \cdot \operatorname{cot}\theta = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$$

“Las R.T. de un ángulo multiplicando por su recíproca, es igual a la unidad”.

Ejemplos:

1. Hallar el valor de α si se cumple que:
 $\operatorname{sen}(30^\circ + \alpha) \cdot \operatorname{csc}(20^\circ + 2\alpha) = 1$

Solución:

Para que el producto del seno y la cosecante sea igual a la unidad, se debe cumplir que los ángulos sean iguales.

$$\text{Así: } (30^\circ + \alpha) = (20^\circ + 2\alpha)$$

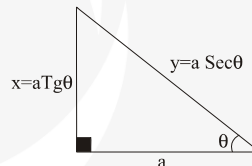
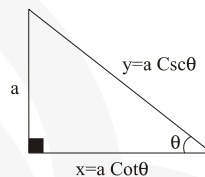
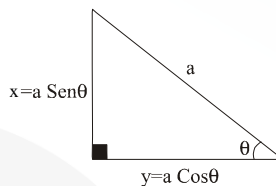
$$\therefore 10^\circ = \alpha$$

2. Calcular “ y ” si:
 $\operatorname{tg}(x + y) \cdot \cot(x + 3y - 30^\circ) = 1$
 $\rightarrow x + y = x + 3y - 30^\circ$
 $\rightarrow 30^\circ = 2y$
 $\therefore y = 15^\circ$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Datos: a y θ

Incógnitas: “ x ” e “ y ”



Donde:

$$\text{R.T. } (\theta) = \frac{\text{Lado que quiero}}{\text{Lado que tengo}}$$

Problemas:

1. De la figura, calcular $\cot \alpha$:

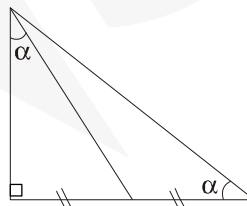
A) $\sqrt{3} / 2$

B) $\sqrt{2} / 2$

C) $2/3$

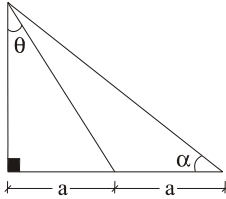
D) $\sqrt{2}$

E) $\sqrt{3}$



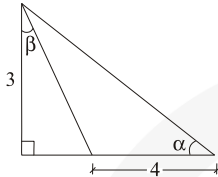


2. De la figura, calcular: $\operatorname{tg}\theta \cdot \operatorname{tg}\alpha$



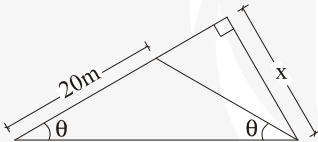
- A) 1 B) 1/2 C) 3
D) 1/3 E) 2

3. De la figura, hallar: $\cot\alpha - \operatorname{tg}\beta$



- A) 3/4 B) 4/3 C) 2/3
D) 3/2 E) 1/7

4. En la figura calcular el valor de "x" si:
 $\operatorname{tg}(30^\circ - \theta) - \cot(30^\circ + 3\theta) = 0$



- A) $10\sqrt{2}\text{m}$ B) 10m C) $5\sqrt{3}\text{m}$
D) 5m E) $10\sqrt{3}\text{m}$

5. Sabiendo que:
 $\sec(x + 30) \cdot \operatorname{sen}(2x - \theta) = 1$
Calcular:

$$E = \frac{\cos 3x - \operatorname{sen} 2\theta}{3 \operatorname{tg}(80^\circ + x)} + \operatorname{tg}\left(\theta + \frac{3x}{2}\right)$$

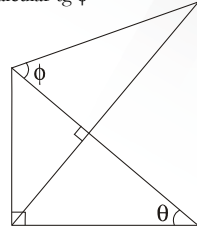
- A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 1/3

6. Si: $\cos\alpha = \frac{3x+2}{3x+1}$; $\operatorname{sen}\beta = \frac{x+1}{x+2}$

Determinar el valor de $\operatorname{tg}\alpha$, si α y β son agudos y complementarios

- A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{6}$ E) $\sqrt{5}$

7. De la figura, calcular $\operatorname{tg}\phi$



- A) $\operatorname{tg}\theta$ B) $\cot^2\theta$ C) $\operatorname{tg}^2\theta$
D) $\cot^3\theta$ E) $\operatorname{tg}^3\theta$

8. Sabiendo que:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + \theta\right) = \sqrt{3}$$

¿A qué es igual $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - \theta\right)$?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}/3$ C) 0
D) $-\sqrt{3}$ E) 1

9. Hallar "x" si: $\operatorname{tg}(\operatorname{sen} x) \cdot \cot(\cos 70^\circ) = 1$

- A) 5° B) 10° C) 15°
D) 20° E) 25°

10. Sabiendo que α y β son complementarios y agudos, además se cumple que:

$$16 \operatorname{sen}\alpha = \sec\beta$$

Calcular.

$$M = \sqrt{15} \operatorname{tg}\alpha + \sec\beta$$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 19

11. Sabiendo que:

$$\operatorname{tg}(60^\circ - x) = \cot(x + 30^\circ) \cdot \operatorname{tg}(y + 20^\circ)$$

Evaluar:

$$E = \frac{\operatorname{sen}(x + y + 50^\circ) \cdot \cos(20^\circ + y)}{\cos(y - x - 10^\circ)}$$

- A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{6}/2$ C) $\sqrt{6}/3$
D) $\sqrt{2}/2$ E) $\sqrt{2}$



SEPARATAS EDUCATIVAS.COM

..... Recursos Educativos Virtuales

Más fichas para imprimir en: Separataseducativas.com

[Recursos Educativos](#) y [Artículos Educativos](#)

¡ATENCIÓN!

Gracias por llegar hasta aquí, no te olvides de compartir esta separata, de esa manera contribuyes con este proyecto.

Ver más: [Separatas](#)