

RAZONES Y PROPORCIONES

RAZÓN:

Es la comparación de 2 cantidades mediante una sustracción o una división.

Si la comparación es mediante una sustracción se llama Razón Aritmética y si la comparación es mediante una división se llama Razón Geométrica.

Luego:

Dadas las cantidades a y b.

RAZÓN ARITMÉTICA	RAZÓN GEOMÉTRICA
$a - b = r$	$\frac{a}{b} = k$
Donde: a es el antecedente b es el consecuente r es el valor de la razón aritmética k es el valor de la razón geométrica	

Ejemplo:

En un aula "A" hay 60 alumnos y en otra "B" hay 20 alumnos y se observa que:

- a. El número de alumnos del aula A excede a la de B en 40, porque:

$$60 - 20 = 40$$

es la razón aritmética de 60 y 20.

- b. El número de alumnos del aula A es 3 veces el de B, porque:

$$\frac{60}{20} = 3$$

es la razón geométrica de 60 y 20.

Nota: Siendo la razón geométrica de mayor uso se le conoce también como razón o relación.

Del ejemplo anterior:

Si tomamos como referencia a un grupo de 20 alumnos, se tiene que:

$$60 = 3 \times 20$$

$$20 = 1 \times 20.$$

Entonces se puede afirmar que:

60 es como 3 y

20 es como 1

También que:

- 60 y 20 están en la misma relación que 3 y 1
- 60 y 20 son entre si como 3 es a 1

Aplicaciones

1. Si la razón aritmética de los cuadrados de 2 números enteros es 15. Calcule la razón geométrica de dichos números si no son consecutivos.
2. En una fiesta hay 60 hombres y 40 mujeres. ¿Cuántas parejas deben retirarse para que haya 9 hombres por cada 5 mujeres?
3. En un recipiente hay una mezcla de 45 litros de vino y 30 litros de agua. Si se extraen 20 litros y se reemplazan con agua. ¿En que relación se encontrarán las cantidades de vino y agua?
4. Las edades de 2 personas están en la relación de 3 a 1. Hace 8 años estaban en la relación de 4 a 1. Calcule la razón aritmética de sus edades.



PROPORCIÓN:

Es la igualdad de 2 razones de la misma clase y valor, puede ser:

A) **Proporción Aritmética:** Si las razones son aritméticas

Ejemplos:

Las razones aritméticas:

$$12 - 7 = 8 - 3$$

$$8 - 3 = 5$$

forman la proporción aritmética

$$12 - 7 = 8 - 3$$

Donde: 12, 7, 8 y 3 (en ese orden) son los términos 1°, 2°, 3°, 4°, de la proporción.

Además:

- 12 y 3 son los extremos
- 7 y 8 son los medios

Cumpléndose que:

$$12 + 3 = 7 + 8$$

Suma de Extremos = Suma de Medios

B) **Proporción Geométrica:** Si las razones son geométricas.

Ejemplo:

Las razones geométricas: $\frac{12}{4} = 3$ y

$$\frac{21}{7} = 3$$

forman la proporción geométrica:

$$\frac{12}{4} = \frac{21}{7}$$

Donde: 12, 4, 21 y 7 (en ese orden) son los términos 1°, 2°, 3°, y 4° de la proporción

Además:

- 12 y 7 son los extremos
- 4 y 21 son los medios

Cumpléndose que:

$$12 \times 7 = 4 \times 21$$

Producto de Extremos = Producto de Medios

Nota:

- Un Proporción es discreta si sus términos medios son diferentes.
- Una proporción es continua si sus términos medios son iguales.

Así tenemos:

	Proporción Aritmética	Proporción Geométrica
Discreta (Medios Diferentes)	$a - b = c - d$ "d" es la cuarta diferencial de a, b y c	$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ "q" es la cuarta proporción de m, n y p
Continua (Medios Iguales)	$r - s = s - t$ • "s" es la media diferencial de r y t • "t" es la tercera diferencial de r y s	$\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$ • "y" es la media proporcional de x y z. • "z" es tercera proporcional de x e y

Aplicaciones

- Si se sabe que:
 - * La cuarta proporcional de 20, 5 y 24 es "a"
 - * La tercera diferencial de 30 y 24 es "b".
 - * La media proporcional de 9 y 25 es "c"
 Calcule la 4ª diferencial de b, a y c.
- En una proporción geométrica continua, la suma de extremos es 34 y su diferencia es 16. Calcule la media proporcional.



7. En una proporción geométrica discreta la suma de los cuadrados de sus términos es 65. Calcule la suma de dichos términos, si los términos y la constante son enteros positivos.

8. En una proporción geométrica cuya razón es equivalente a $\frac{3}{5}$; los antecedentes están en la relación de 1 a 2. Si el mayor de los términos es 30. Calcule la suma de todos los términos.

$$\text{II) } * \frac{12 \times 21 \times 18}{4 \times 7 \times 6} = 3^3 \quad * \frac{12 \times 21}{4 \times 7} = 3^2$$

En General:

Dado la S.R.G.E:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{c} = \frac{e}{f} = k$$

Se cumple que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f} = k$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = k^3$$

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Es un grupo de razones geométricas que tienen el mismo valor llamado constante de proporcionalidad.

Ejemplo:

$$* \frac{12}{4} = 3, \quad * \frac{21}{7} = 3, \quad * \frac{18}{6} = 3$$

Forman la serie de 3 razones geométricas equivalentes:

$$\frac{12}{4} = \frac{21}{7} = \frac{18}{6} = 3 \leftarrow \text{constante de proporcionalidad}$$

y se lee:

Los antecedentes 12, 21 y 18 son proporcionales (en la misma relación) a los consecuentes 4, 7 y 6.

Observándose que:

$$\text{I) } * \frac{12+21+18}{4+7+6} = \frac{51}{17} = 3 \quad * \frac{12+21}{4+7} = \frac{33}{11} = 3$$

$$* \frac{21+18}{7+6} = \frac{39}{13} = 3 \quad * \frac{12+18}{4+6} = \frac{30}{10} = 3$$

$$* \frac{21-12}{7-4} = \frac{9}{3} = 3 \quad * \frac{18-12}{6-4} = \frac{6}{2} = 3$$

También:

$$\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d} = \frac{e \pm f}{f} = k \pm 1$$

$$\frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c} = \frac{e \pm f}{e} = \frac{k \pm 1}{k}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} = \frac{e+f}{e-f} = \frac{k+1}{k-1}$$



Aplicaciones:

1. Sabiendo que, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

Además: $a + c + e = 64$ y

$b + d + f = 102$

Calcule: $\sqrt{\frac{a.c + a.e}{b.d + b.f}}$

2. Si: $\frac{27}{b} = \frac{36}{a} = \frac{c}{a-4} = \frac{b}{12} = \frac{a+b+c}{m+n+p}$

Calcule $m + n + p$

3. Dado: $\frac{27}{a} = \frac{b}{70} = \frac{15}{c} = \frac{d}{14}$

Además: $b - d = 24$

Calcula $a + b + c + d$

4. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

Además: $b - a = 20$

$d - c = 18$

$f - e = 8$

Calcule: $a + c + e$ sabiendo que $d \times f = 900$.

2. Las edades actuales de Henry y Amelia son entre sí como 7 es a 4. hace “K” años estaban en la relación de 5 a 2 y dentro de “γ” años la relación será de 5 a 3, tiempo en el cual sus edades sumaran 48 años. Qué edad tendrá Amelia dentro de “K + γ” años.

Rpta.:

3. Para dibujar una pequeña habitación rectangular Oscar emplea la escala 1/25. la diferencia del largo y ancho en el dibujo es 8cm, además el perímetro de la habitación es 20 metros. ¿En qué relación se encuentran el largo y ancho?

Rpta.:

4. En una proporción aritmética discreta los términos extremos están en la relación de 5 a 3 y los términos medios están en la relación de 4 a 3. si la suma de todos los términos es 224. calcule la diferencia de los medios.

Rpta.:

5. En una proporción geométrica continua; los términos extremos están en la relación de 9 a 25; además el menor de los términos es la cuarta diferencial de 80, 70 y 75.

Calcule la suma de los términos de la proporción geométrica.

Rpta.:

ACTIVIDADES

1. Dos ciudades A y B distan “P” km. Dos vehículos salen simultáneamente uno al encuentro del otro de ambas ciudades con velocidades de 40km/h y 50km/h de A y B respectivamente, encontrándose en C. A partir de dicho punto el que salió de A se demora 9 horas más que el que salió de B en llegar a su destino. Calcule “P”.

Rpta.:



6. En una reunión social por cada 5 hombres hay 4 mujeres. Además, por cada 2 hombres que no bailan, 3 mujeres bailan. Si el número de personas que bailan es mayor que 18 y menor que 23. Calcule ¿cuántas personas asistieron a la reunión?

Rpta.:

7. En la biblioteca de la Academia “Círculo” se observan que hay 5 libros de aritmética por cada 4 libros de álgebra, además por cada 6 libros de álgebra hay 5 libros de geometría. Si hay 20 libros más de aritmética que de geometría. ¿Cuántos libros de álgebra hay?

Rpta.:

8. Se tiene un recipiente lleno con 48 litros de vino y 36 litros de agua. Se extraen 24 litros y se reemplazan con agua; luego se extraen 21 litros. Calcule la mínima cantidad de vino que se debe agregar para que en el recipiente haya la misma cantidad de vino y agua.

Rpta.:

9. En una proporción geométrica discreta cuyos términos son enteros positivos, el producto de los términos medios es 24 y la suma de los términos extremos es impar y el máximo posible. Calcule la suma de los consecuentes.

Rpta.:

10. En una proporción geométrica cuya constante de proporcionalidad es $\frac{3}{2}$, se sabe que la cuarta proporcional excede al segundo término en 4 y la suma de antecedentes es 36. Calcule el mayor término de la proporción.

Rpta.:



SEPARATAS EDUCATIVAS.COM

●●●●● Recursos Educativos Virtuales ●●●●●

Más fichas para imprimir en: [Separataseducativas.com](https://www.separataseducativas.com)

[Recursos Educativos](#) y [Artículos Educativos](#)



Gracias por llegar hasta aquí, no te olvides compartir esta separata, de esa manera contribuyes con este proyecto.

Ver más: [Separatas](#)