POTENCIACIÓN

ORIGEN: Proviene de la multiplicación de varios factores iguales.

Si: $\underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{\text{"n" factores}} = P$

$\Rightarrow a^n = P \rightarrow$ potencia de "a"

CUADRADO PERFECTO

- ✓ Es el resultado de multiplicar un número entero por sí mismo.
- ✓ Es decir; sea K un número entero, si: K x K = K^2 y K^2 = N entonces "N" es un cuadrado perfecto.

Teorema

La condición suficiente y necesaria para que un número sea cuadrado perfecto es que, descompuesto en sus factores primos, los exponentes de éstos sean números pares.

Si: $N = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\theta}$, y además: α, β, θ son números pares, entonces "N" es cuadrado perfecto.

Ejemplo: $400 = 2^4 \times 5^2$

Características de exclusión de números cuadrados, perfectos:

1^2 = 1		6^2	=	36
2^2 = 4		7^2	=	49
3^2 = 9		8^2	=	64
4^2 = 16		9^2	=	81
5^2 = 25		10^2	=	100

1. El cuadrado de un número termina en el cuadrado de la cifra de sus unidades.

2. Todo número que termina en 1; 4; 6 ó 9 puede ser cuadrado perfecto. Se deduce que si un número termina en 2; 3; 7 u 8 no es cuadrado perfecto.

3. Si un número termina en 5, puede ser cuadrado perfecto siempre y cuando la cifra de sus decenas sea 2 y el total de sus centenas sea el producto de dos números consecutivos. Si: $\overline{abcd5} = K^2$, entonces: d = 2 y $\overline{abc} = n(n+1)$

4. Todo número que termina en una cantidad par de ceros puede ser cuadrado perfecto siempre y cuando las cifras que lo acompañen formen un número cuadrado perfecto. Si: $\overline{abcd00} = K^2 \Rightarrow \overline{abcd}$ es cuadrado perfecto.

5. Todo cuadrado perfecto es $\overset{o}{4}$ ó $\overset{o}{4} + 1$

CUBO PERFECTO (K^3)

✓ Es el número resultante de multiplicar tres factores enteros iguales.

Teorema

La condición suficiente y necesaria para que un número sea cubo perfecto es que al descomponerlo en sus factores primos los exponentes de estos factores deben ser múltiplos de 3.

Si: $N = a^{a} \cdot b^{b} \cdot c^{g}$, y además: a, b, g son ; entonces: “N” es cubo perfecto.

Ejemplo: $1\,728 = 2^6 \times 3^3$

Caracteres de exclusión de números cubos perfectos:

1°. Un cubo perfecto puede terminar en cualquier cifra.

$1^3 = 1$	6^3	=	216
$2^3 = 8$	7^3	=	343
$3^3 = 27$	8^3	=	512
$4^3 = 64$	9^3	=	729
$5^3 = 125$	10^3	=	1 000

Ejemplo:

$$\underbrace{3\,4\,3}_{(K^3)}\underbrace{0\,0\,0\,0\,0\,0}_{(\text{cantidad de ceros } \overset{\circ}{3})}$$

2°. Un número que termina en ceros para que sea cubo perfecto tiene que tener una cantidad de ceros múltiplos de tres y que el número que acompañe debe ser cubo perfecto.

3°. Si un número es cubo perfecto y termina en 5, entonces la cifra de sus decenas debe ser 2 ó 7. Si: $\overline{abc5} = K^3$; entonces: c ® 2 ó 7

4°. Todo cubo perfecto será siempre:

$\overset{\circ}{9}$ ó $(\overset{\circ}{9} + 1)$ ó $(\overset{\circ}{9} - 1)$

Es una operación inversa a la potenciación que consiste en que dados dos números: radicando (N) e índice (n), se pide hallar otro, llamado raíz (K) que elevado a un exponente igual al índice (n) reproduzca el radicando.

$$\boxed{\sqrt[n]{N} = K \quad \Rightarrow \quad K^n = N}$$

RADICACIÓN

RAÍZ CUADRADA

- ✓ Es cuando el índice es 2.

$$\boxed{\sqrt{N} = K \rightarrow K^2 = N}$$

CLASES DE RAÍZ CUADRADA

a) **Raíz cuadrada exacta**.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{N} & K \\ \hline 0 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{K^2 = N}$$

b) **Raíz cuadrada inexacta**.

b.1. Por defecto:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{N} & K \\ \hline r & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = K^2 + r}$$

b.2. Inexacta por exceso:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{N} & K + 1 \\ \hline r_e & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = (K + 1)^2 - r_e}$$

PROPIEDADES DE LA RAÍZ CUADRADA

- ✓ $r + r_e = 2K + 1$
- ✓ $r_{máx} = 2K$

MÉTODOS PARA HALLAR LA RAÍZ CUADRADA

A. Por descomposición de sus factores primos:

Ejemplo: Hallar la raíz cuadrada del número: 22 500
Descomponiendo en factores primos:

$22\,500 = 2^2 \,.\, 3^2 \,.\, 5^4$

$$\sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^4} = 2 \times 3 \times 5^2$$

Entonces: $\sqrt{22500} = 150$

B. Método general:

Ejemplo: Hallar la raíz cuadrada del número: 143 560.

Se separa en grupos de dos cifras a partir del primer orden.

$$
\begin{array}{r|l}
\sqrt{14'35'60} & 378 \\ \cline{2-2}
\underline{9} & 6\boxed{7}\times\boxed{7} = 469 \\ \cline{2-2}
5\,35 & 74\boxed{8}\times\boxed{8} = 5984 \\
\underline{4\,69} & \\
66\,60 & \\
\underline{59\,84} & \\
6\,76 &
\end{array}
$$

Entonces: $\sqrt{143560} = 378$, con un residuo igual a 676.

RAÍZ CÚBICA

- ✓ Es cuando el índice es 3.

$$\boxed{\sqrt[3]{N} = K \ \rightarrow \ K^3 = N}$$

Clases de raíz cúbica

a) Raíz cúbica exacta:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{N} & K \\ \cline{2-2} 0 & \end{array} \quad \Rightarrow \quad K^3 = N$$

b) Raíz cúbica inexacta:

b.1. Por defecto:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{N} & K \\ \cline{2-2} r & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = K^3 + r}$$

$$\mathbf{0 < r < 3K\,(K + 1) + 1}$$

b.2. Por exceso:

$$\begin{array}{l|l} \sqrt[3]{N} & K + 1 \\ \cline{2-2} r_e & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = (K + 1)^3 - r_e}$$

PROPIEDADES DE LA RAÍZ CÚBICA

- ✓ $r + r_e = 3K\,(K + 1) + 1$
- ✓ $r_{máx} = 3K\,(K + 1)$.

ACTIVIDADES

1. Hallar el menor número por el cual hay que dividir a 108 675 para que el cociente sea un cuadrado perfecto.

a) 161 b) 21 c) 483
d) 383 e) 221

2. ¿Cuál es el menor número por el cual se debe multiplicar a 3 234 para que el producto sea un cuadrado perfecto?

a) 66 b) 69 c) 55
d) 33 e) 88

3. Entre dos cuadrados perfectos consecutivos hay 248 números enteros. Hallar el número mayor y dar como respuesta la suma de sus cifras.

a) 20 b) 24 c) 26
d) 22 e) 19

4. La diferencia de dos números es 120 y la diferencia de sus raíces cuadradas es 6. Hallar el número mayor.

a) 144 b) 196 c) 169
d) 225 e) 256

5. Al multiplicar un número por 3, por 5 y por 7 se obtienen tres números cuyo producto es 230 685. Calcular dicho número.

a) 14 b) 15 c) 16
d) 13 e) 19

6. Para que "N" sea cubo perfecto se le debe multiplicar por 2 ´ 3^2, y para que sea cuadrado perfecto se le debe multiplicar por 15. ¿Cuál es el menor valor que puede tener "N"?

a) 225 b) 216 c) 2 000
d) 1 500 e) 375

7. Un comandante dispone sus tropas formando un cuadrado y ve que le sobran 56 hombres, entonces
pone una fila más de hombres a cada lado del cuadrado y ve que le faltan 17 soldados para completar el nuevo cuadrado. ¿Cuántos hombres hay en la tropa?

a) 1 212 b) 1 281 c) 1 352
d) 1 080 e) 1 425

8. Hallar un número cuadrado perfecto de la forma $\overline{ababa}$ sabiendo que la suma de sus cifras es 36. Dar como respuesta "a + b".

a) 15 b) 14 c) 13
d) 12 e) 11

9. Si el número $\overline{abc5}$ es un cuadrado perfecto y además se sabe que: a + b = 6, hallar "a ´ b ´ c".

a) 16 b) 24 c) 30
d) 28 e) 32

10. Se escriben cuatro cifras consecutivas crecientes. Luego se permutan las dos primeras y el número de cuatro cifras así formado es un cuadrado perfecto. Hallar dicho número.

a) 4 356 b) 3 245 c) 7 689
d) 2 134 e) 3 456

11. ¿Cuántos cuadrados perfectos de la forma $\overline{abcd}$ cumplen que: a - d = b - c?
a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

12. Hallar "a + b", si:
$$\overline{bb}^2 = \overline{aa\left(\frac{b}{2}\right)\left(\frac{b}{2}\right)}$$

a) 13 b) 14 c) 15
d) 12 e) 16